

## VALIDATION DU MODELE D'UN TRANSDUCTEUR DE LANGEVIN PIEZOELECTRIQUE PAR SCHEMA ELECTRIQUE EQUIVALENT

C. HERNANDEZ, Y. BERNARD, A. RAZEK

LGEP Laboratoire de Génie Electrique de Paris / SPEE labs,  
CNRS UMR 8507, Supelec, Université Paris VI, Université Paris XI  
11 rue Joliot Curie Plateau du Moulon 91192 Gif sur yvette

*Thème n°4 — Applications/dimensionnement*

*Mots clés — Actionneur, Piézoélectrique, Modèle analytique, Dynamique*

### 1 Introduction

L'un des principaux inconvénients des matériaux piézoélectriques quand ils sont utilisés comme actionneurs est la nécessité de tensions élevées pour obtenir des déplacements importants. Une des stratégies permettant d'amplifier ces déplacements consiste à appliquer une excitation électrique autour de la fréquence de résonance de l'échantillon où les amplitudes de vibration sont beaucoup plus grandes [1].

Normalement, les fréquences naturelles de vibration des céramiques piézoélectriques sont très élevées (quelques centaines de kHz) ce qui peut rendre leur exploitation à la résonance très compliquée. D'un côté, les phénomènes vibratoires mécaniques des structures exploitant le mouvement des matériaux ne montent pas à ces niveaux de fréquences. D'un autre côté, la consommation de courant électrique s'avère très élevée sachant qu'un matériau piézoélectrique se comporte électriquement comme une capacité.

Une façon de surmonter ces difficultés est l'utilisation de transducteurs de type Langevin. Leur principe de fonctionnement est basé sur la réduction des fréquences de résonance d'une céramique piézoélectrique lorsque des masses denses sont ajoutées sur ses surfaces vibratoires. Avec cette particularité, ce type de transducteurs peut être considéré comme élément de base de conversion électrique mécanique en sollicitation dynamique.

Le comportement vibratoire d'un Langevin peut être modélisé par des représentations en schémas électriques qui tiennent compte du couplage électrique mécanique [2]. Ces modèles permettent de prédire les vibrations attendues pour une excitation électrique donnée.

Dans cet article, nous établirons les limites de validité d'une de ces approches de modélisation dans le cas d'un transducteur de Langevin commercial. Tout d'abord, nous déterminerons les paramètres du schéma électrique équivalent par deux approches : à partir des données constructeur et par mesure d'admittance. La validité de la modélisation purement électrique sera alors évaluée. Ensuite, nous exploiterons le modèle. C'est-à-dire que nous tirerons des informations mécaniques du modèle par schéma équivalent. Les déplacements obtenus par le modèle seront alors comparés à la mesure.

### 2 Dispositif de test

Le transducteur utilisé est fabriqué par la société chinoise Sunnytech piezoelectric technology. Il s'agit du STC 8HS 3528. Il est commercialisé pour des applications de nettoyage par ultrasons. La figure 1 montre sa structure en détail. Le dispositif en question est un transducteur de type Langevin composé de deux disques piézoélectriques de 5 mm d'épaisseur, 35 mm de diamètre extérieur et 5 mm de diamètre intérieur connectés mécaniquement en série et électriquement en parallèle. Ces disques sont comprimés entre deux masses métalliques. D'un côté, ils sont en contact avec un cône métallique en aluminium de 35 mm de diamètre du côté de la céramique, de 55 mm de diamètre de l'autre côté et 40 mm de longueur. Cette masse sera référencée dans cet article comme la queue du transducteur. De l'autre côté, ils sont bornés par un cylindre en acier inoxydable de 35 mm de diamètre et 18 mm de long référencé comme la tête du transducteur. Toute la structure est maintenue par une vis M10 qui traverse le composant.

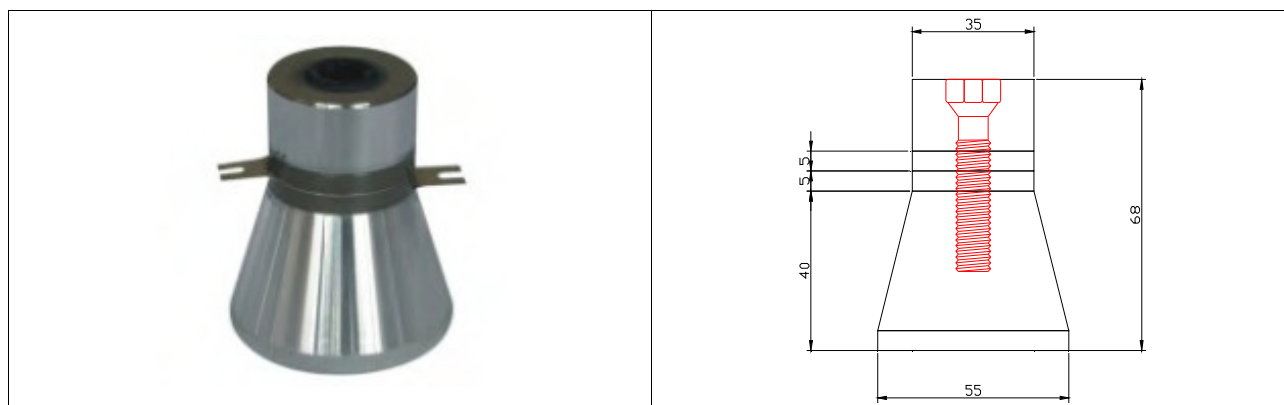


Fig. 1. Transducteur caractérisé.

Les caractéristiques du transducteur sont données dans le tableau I, celles correspondantes à la céramique piézoélectrique sont données en tableau II.

Tableau I  
Caractéristiques transducteur de Langevin

Élément	Unités	Valeur
Fréquence de résonance	kHz	28±0,5
Isolation résistance	M Ω	≥2000
Puissance	W	50

Tableau II  
Caractéristiques Céramique piézoélectrique

Paramètre	Symbole	Valeur
Sunnytech material		S-81
Densité kg/m <sup>3</sup>	$\rho$	7,6
Curie Température °C	$T_c$	320
Constante Diélectrique	$\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_0$	1030
Facteur de dissipation %	$Tg\delta$	0,3
Coefficient de couplage %	$k_p$	58
Coefficient de couplage %	$k_t$	46
Coefficient de couplage %	$k_{31}$	30
Constante de fréquence MHz	$N_p$	2300
Constante de fréquence MHz	$N_t$	2050
Constante de fréquence MHz	$N_L$	1655
Facteur de qualité mécanique	$Q_m$	1000
Constante de charge piézoélectrique 10 <sup>-12</sup> m/V	$d_{33}$	250
Constante de charge piézoélectrique 10 <sup>-12</sup> m/V	$d_{31}$	-110
Constante de tension piézoélectrique 10 <sup>-3</sup> Vm/N	$g_{33}$	27,4
Constante de tension piézoélectrique 10 <sup>-3</sup> Vm/N	$g_{31}$	-9,8
Constante d'élasticité 10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /V	$S_{33}^E$	12,1
Constante d'élasticité 10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /V	$S_{33}^D$	10,9

### 3 Modèle électrique utilisé

Le phénomène de vibration d'un transducteur Langevin peut être décrit par la solution des équations différentielles fondamentales de la mécanique couplées à celles de l'électricité. Cependant, en fonction de la géométrie du dispositif et de ses conditions aux limites le problème peut devenir très compliqué.

Une autre option est de représenter la structure mécanique par des composants électriques en utilisant les analogies classiques de tension-force, courant-vitesse, etc. Cela permet d'étudier l'ensemble par l'analyse traditionnelle des circuits.

Cette représentation est plus connue comme modèle à constantes localisées. Ici, les aspects mécaniques et électriques du matériau piézoélectrique sont associés au moyen d'un transformateur idéal dont le rapport de transformation est proportionnel au coefficient de couplage électromécanique.

Le principal défaut de ce modèle est sa précision limitée. En fait, il n'est valable qu'autour d'une fréquence de résonance du transducteur. Cependant, c'est dans cette région que l'on s'intéresse au comportement du dispositif.

Dans le modèle du Langevin à constantes localisées, tous les composants mécaniques sont représentés par une branche motionnelle composée d'une résistance ( $R_m$ ) qui symbolise la dissipation d'énergie dans le matériau, une inductance ( $L_m$ ) analogue à la masse inertielle du transducteur et une capacité ( $C_m$ ) liée à l'élasticité des éléments mécaniques. Ces trois composants sont connectés en série.

Le comportement électrique de la céramique piézoélectrique d'un autre côté est symbolisé par une capacité statique ( $C_0$ ) en parallèle avec une résistance ( $R_0$ ) qui tient compte des pertes diélectriques (elle est souvent négligée à cause de sa valeur très élevée). Le modèle entier est illustré en figure 2.

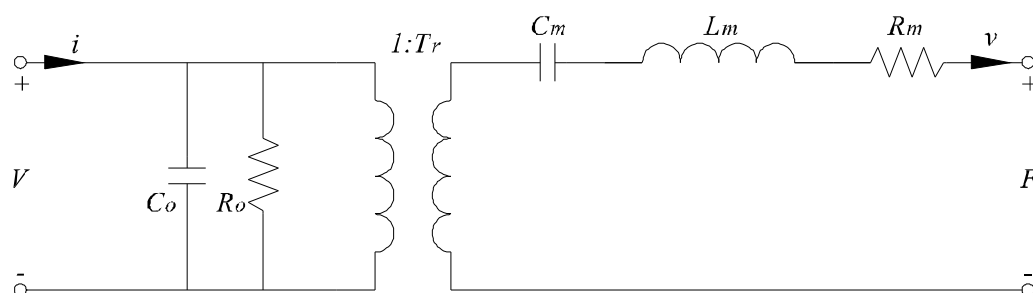


Fig. 2. Modèle à constantes localisées d'un transducteur Langevin

### 4 Calcul numérique des paramètres du modèle

Le transducteur Langevin marque Sunnytech est composé de deux anneaux en céramiques piézoélectriques dures qui vibrent en mode longitudinal. Pour une telle configuration, les valeurs des capacités ( $C_0$ ,  $C_m$ ) sont données par les équations suivantes [2]:

$$C_0 = \frac{n^2 \cdot \epsilon_{33} \cdot A}{l} \quad (1)$$

Où  $n$  correspond au nombre de céramiques piézoélectriques (dans ce cas  $n=2$ ),  $l$  correspond à la longueur totale de la pile des céramiques ( $l=10$  mm) et  $A$  la surface des électrodes ( $9,42 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>).

$$C_m = \frac{S_{33}^E \cdot l}{A} \quad (2)$$

A partir des données du tableau II, les valeurs de  $C_0$  et  $C_m$  sont respectivement 3 nF et  $3,52 \times 10^{-10}$  m/N.

L'inductance motionnelle étant liée à la masse inertielle, il n'est pas surprenant que son calcul soit en rapport direct avec les masses des structures mécaniques qui composent le transducteur. En fait, selon [3] sa valeur se trouve avec l'équation suivante:

$$L_m = \frac{M_f \cdot M_b}{M_f + M_b} \quad (3)$$

où  $M_f$  et  $M_b$  correspondent à ce qu'on appelle la masse frontale et la masse postérieure qui sont calculées par:

$$M_f = M_h + M_r + \left[ \frac{M_h + M_x}{M_t + M_h + M_r + 2M_x} \right] M_x \quad (4)$$

$$M_b = M_t + \left[ \frac{M_h + M_r + M_x}{M_t + M_h + M_r + 2M_x} \right] M_x \quad (5)$$

$M_h$  représentant la masse de la tête,  $M_t$  la masse de la queue,  $M_r$  la masse de radiation,  $M_x$  la masse de la céramique piézoélectrique.

La valeur de la masse de radiation dépend de la manière dont le transducteur est chargé. Quand il vibre dans l'air, elle est négligeable [3].

Le tableau III indique les valeurs des masses des différentes structures qui composent ce transducteur de Langevin.

Tableau III  
Masses des composants mécaniques du transducteur

Composant	Symbole	Masse (kg)
Masse de la queue	$M_t$	0.175
Masse du matériau piézoélectrique	$M_x$	0.74
Masse de la tête	$M_h$	0.133
Masse frontale	$M_f$	0,159
Masse postérieure	$M_b$	0,196
Masse Inertielle	$L_m$	$9,125 \times 10^{-2}$

Le rapport de transformation qui relie les aspects électriques et mécaniques est calculé par la relation suivante:

$$T_r = \frac{d_{33} \cdot A}{s^E_{33} \cdot l} \quad (6)$$

Dans notre cas, la valeur de  $T_r$  est 1,41 N/V.

Il reste à déterminer la valeur de la résistance motionnelle ( $R_m$ ). Elle se trouve à partir de la mesure d'impédance du transducteur à la fréquence de résonance ( $R_{res}=30 \Omega$ ) selon [4].  $R_m$  est calculée comme  $R_{res} \cdot T_r^2$  soit environ 15,11 kg/s.

## 5 Résultats de modélisation

Une fois les paramètres du circuit électrique déterminés, le comportement de l'impédance électrique du transducteur en fonction de la fréquence est comparé avec des mesures expérimentales. La figure 3 montre les résultats obtenus.

Dans ce graphique, on souligne principalement l'exactitude avec laquelle la valeur de la fréquence de résonance prédite par le modèle coïncide avec la valeur expérimentale. Cette particularité est très importante car c'est la zone où on veut utiliser l'actionnement du transducteur. En revanche, la fréquence d'antirésonance est décalée de quelques centaines de Hertz, ce qui confirme le principal inconvénient du modèle, la précision en dehors de la résonance.

Afin d'obtenir une appréciation plus objective sur la précision des modèles, le coefficient de détermination  $R^2$  a été calculé. Ce coefficient est classiquement le carré du coefficient de corrélation entre les valeurs modélisées et les valeurs expérimentales c'est-à-dire qu'il quantifie le degré d'association entre deux séries de données. Pour des valeurs proches de 1, les données sont fortement corrélées alors que pour des valeurs proches de 0 elles sont écartées. Le coefficient de détermination est calculé comme :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - f_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}$$

où  $y_i$  correspond à la valeur du modèle,  $f_i$  à la valeur expérimentale et  $\bar{y}$  à la moyenne des valeurs du modèle.

La plage des fréquences analysées dans cet article a été prise arbitrairement entre 10 kHz et 45 kHz afin de distinguer clairement le phénomène de résonance du transducteur.

Si on calcule le coefficient de détermination dans cette plage sa valeur est très faible  $R^2=0,26$  ce qui pourrait signifier que le modèle ne reflète qu'à 26% le phénomène réel.

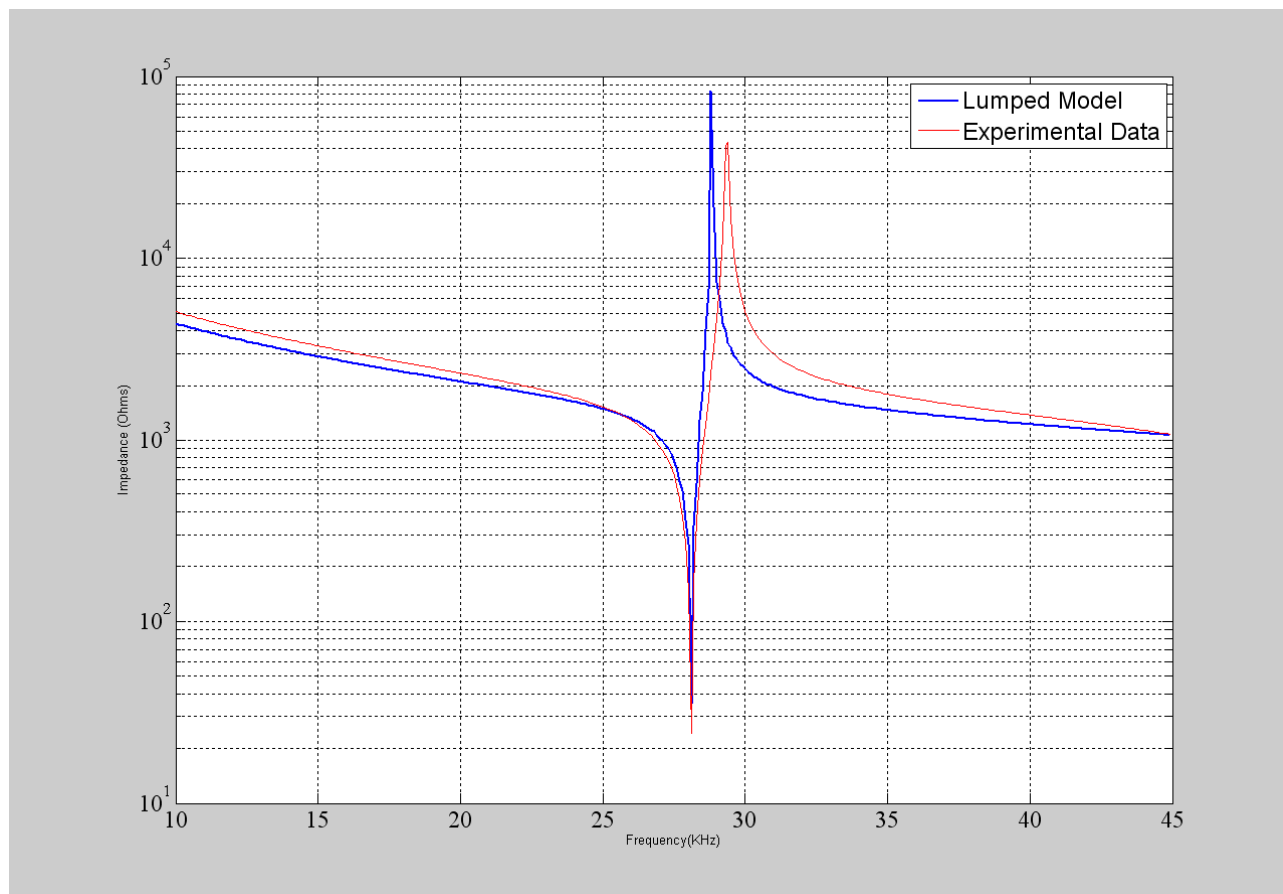


Fig. 3. Comparaison impédance mesurée/ modélisée.

Cependant, quand on calcule le coefficient de détermination par régions, les résultats montrent un autre aspect du modèle. En fait dans la plage de fréquence entre 10 kHz et 29 kHz (la résonance est incluse),  $R^2$  est égal à 0,9 ce qui indique 90% de ressemblance. Dans la plage de fréquence où le phénomène d'antirésonance a lieu c'est-à-dire, entre 29 kHz et 31 kHz,  $R^2$  est pratiquement nul ce qui signale une discordance totale entre le modèle et la réalité. Finalement, pour la plage de fréquences comprises entre 31 kHz et 45 kHz le coefficient de détermination prend une valeur de 0,82 confirmant une proximité raisonnable du modèle avec les valeurs expérimentales.

## 6 Validation du modèle par rapport aux déplacements observés expérimentalement

La vitesse de vibration du Langevin peut être déterminée à partir du modèle à constantes localisées. Il suffit de calculer le courant dans la branche motionnelle. La valeur de vitesse donne directement celle du déplacement en appliquant la relation suivante dans le domaine de la fréquence:  $v = j\omega u$

Où  $v$  représente la vitesse et  $u$  les déplacements.

Des mesures de déplacements ont également été effectuées sur un transducteur à l'aide d'un vibromètre laser. Les résultats sont montrés dans la figure 4 sur une échelle logarithmique.

Ici, on remarque la similitude entre les deux graphiques. Le pic observé sur les déplacements coïncide exactement sur les deux courbes, ce qui confirme la précision du modèle autour de la fréquence de résonance.

Encore une fois, le coefficient de détermination a été calculé pour les deux courbes. Elles sont quasiment identiques et la valeur de  $R^2$  est 0.999 sur toute la gamme de fréquence du graphique.

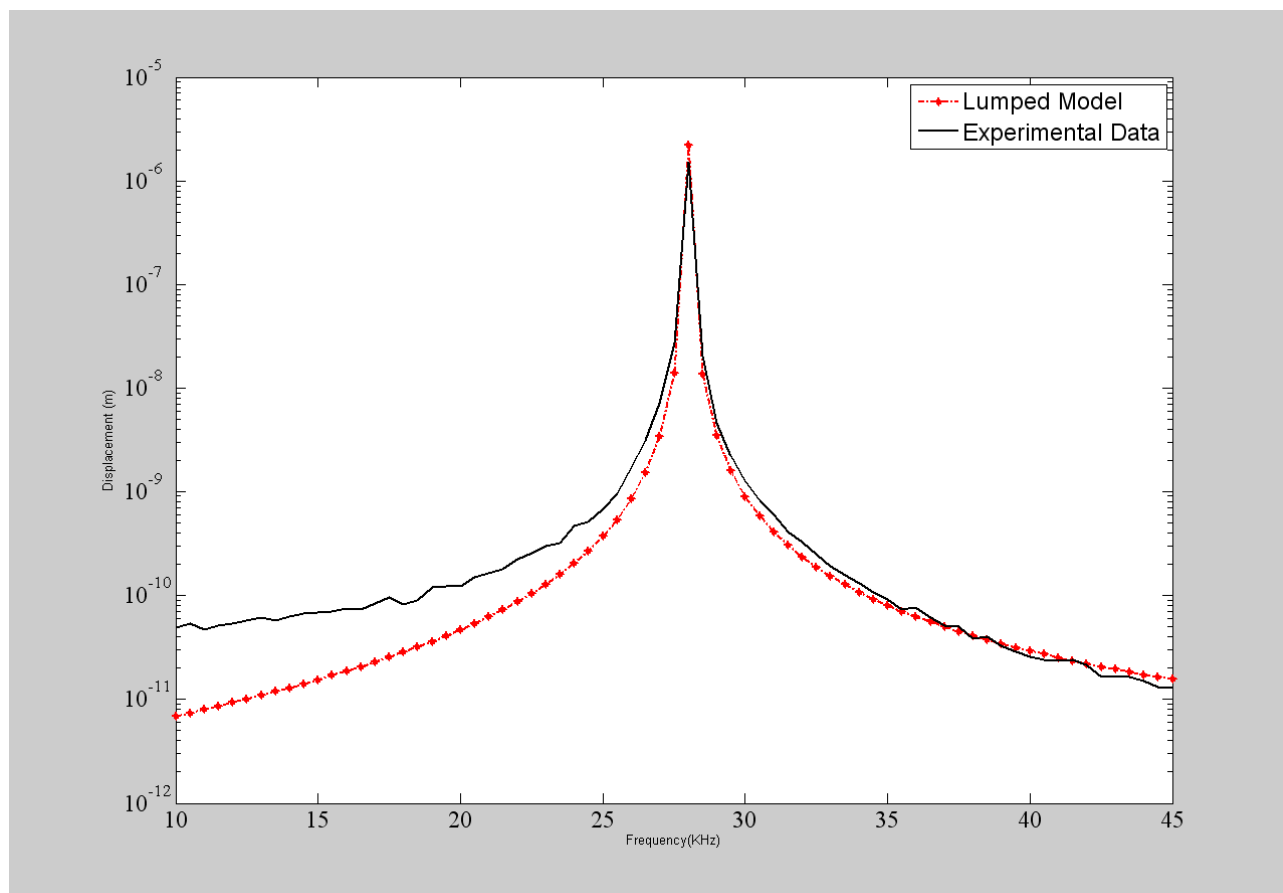


Fig. 4. Comparaison des déplacements prévus par le modèle et mesures expérimentales.

## 7 Conclusion

Le modèle à constantes localisées a été validé sur un dispositif réel. Deux types de grandeurs ont été étudiés. D'un côté, des mesures d'impédance électrique du dispositif ont été comparées à celles prévues par le modèle. Les résultats ont été satisfaisants en générale. Cependant autour de la fréquence d'antirésonance, le modèle a été déficient car les résultats sont discordants avec les estimations dans cette plage.

D'un autre côté, les déplacements en fonction de la fréquence ont été observés. Ici les mesures expérimentales coïncident entièrement avec les données obtenues à partir du modèle. Cette affirmation est faite d'après le calcul du coefficient de détermination entre les valeurs des deux courbes.

En générale, le modèle à constantes localisées est une bonne approximation du comportement d'un transducteur Langevin autour de sa fréquence de résonance. Ailleurs, et particulièrement à sa fréquence d'antirésonance, la représentation est beaucoup moins fidèle même si cela n'a pas de répercussion sur la prédiction du déplacement.

## 8 Références

1. Uchino, K. and J. Giniewicz, "Micromechatronics," Marcel Dekker (2003).
2. Sherman C. H., Butler J. L., "Transducers and Arrays for Underwater Sound", Springer, NYC (Nov 2006).
3. M. B. Moffett, J. M. Powers, M. D. Jevnager, "A tonpiz projector for use in an underwater horn," J. Acoust. Soc. Am. Vol. 103, No. 6, June 1998.
4. Sashida T. and Kenjo T., An introduction to ultrasonic motors, Clarendon Press (Oxford, 1993)