

Colloque National MECAMAT - Aussois 2012
Ecole de Mécanique des Matériaux - Aussois 2012
En partenariat avec le GDR SEEDS
Matériaux, Mécanique et Electromagnétisme
Des mécanismes aux applications

MODELISATION DE STRUCTURES COMPOSITES PIEZO-METAL ASYMETRIQUES

H. Hariri, Y. Bernard, A. Razek

Laboratoire de Génie Electrique de Paris (LGEP) / SPEE-Labs, CNRS UMR 8507;
SUPELEC; Université Pierre et Marie Curie P6; Université Paris-Sud 11; 11 rue Joliot Curie,
Plateau de Moulon F91192 Gif sur Yvette CEDEX

Mots-clés : système asymétrique, structures composites, axe/plan neutre, modèle par la méthode des éléments finis

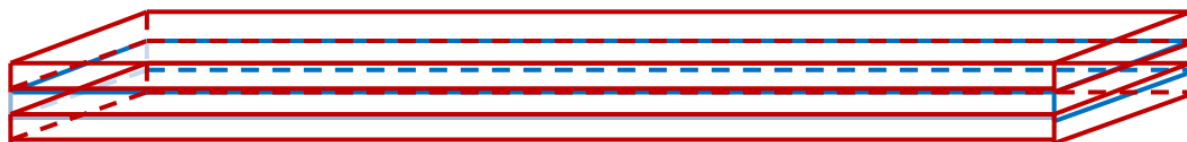
1. INTRODUCTION

Une structure composite piézo-métal est composée des plusieurs couches de matériaux piézoélectriques et métalliques. Ces structures composites peuvent être symétriques ou asymétriques. Des exemples de structures piézo-métal composites à deux couches sont donnés figure 1. Dans cet article, on va présenter quelques travaux réalisés au LGEP sur la modélisation de structures composites minces piézo-métal asymétriques à deux couches. Considérant l'hypothèse d'Euler-Bernoulli/Love-Kirchhoff pour des poutres/plaques minces, les relations linéaires constitutives et en appliquant le principe d'Hamilton, nous avons développé des modèles analytiques et par éléments finis pour des structures composites piézo-métal asymétriques. Classiquement, la symétrie du système est conservée ce qui permet de simplifier les équations. La modélisation des systèmes asymétriques se fait en introduisant la notion d'axe/plan neutre ce qui permet de gagner du temps de calcul.

2. MODELISATIONS DES STRUCTURES ASYMETRIQUES

Dans cette partie on va traiter trois cas, le premier cas est le cas d'une structure piézoélectrique unimorphe, le deuxième cas est celui d'une structure de type poutre avec des patches piézoélectriques collés dessus et le troisième cas est celui d'une structure de type plaque avec des patches piézoélectriques collés sur une face.





(a) Structures unimorphes et bimorphes piézoélectriques



(b) Structure de type poutre avec des patches piézoélectriques



(c) Structure de type plaque avec des patches piézoélectriques

Figure 1 : structures composites piézo-métal asymétriques et symétriques

Dans les deux premiers cas, les structures peuvent être modélisées en une dimension (1D) en négligeant la largeur et en intégrant l'épaisseur dans le calcul. Dans le troisième cas, la structure est modélisée en deux dimensions (2D) en prenant en compte la troisième dimension (l'épaisseur) dans le calcul. Le champ de déplacement est l'inconnue à déterminer :

$$\{\mathbf{u}\} = \begin{cases} u_1(x, y, z, t) \\ u_2(x, y, z, t) \\ u_3(x, y, z, t) \end{cases} \quad (1)$$

Dans le cas 1D, l'équation du système est établie d'après les hypothèses d'Euler-Bernoulli. La contrainte est supposée uniaxiale dans la direction x . Avec l'hypothèse des petites déformations, la section droite reste perpendiculaire à l'axe neutre après déformation. Ainsi, le champ de déplacement devient

$$\{u\} = \begin{cases} u_1(x, y, z, t) \approx -(z - z_n) \partial_x w(x, t) \\ u_2(x, y, z, t) = 0 \\ u_3(x, y, z, t) \approx w(x, t) \end{cases} \quad (2)$$

Où $w(x, t)$ est le déplacement de l'axe neutre z_n du système suivant z .

L'axe neutre z_n est déterminé en annulant la somme de toutes les forces dans la direction x sur la totalité de la section droite $\iint \sigma_1 dydz = 0$. Il est donné par Hariri et al. [1-3].

Dans le cas 2D, l'équation du système est établie d'après les hypothèses de Love Kirchhoff. La contrainte est supposée plane dans les directions x et y . Avec l'hypothèse des petites déformations (déformations de moins d'un cinquième de l'épaisseur), la section droite reste perpendiculaire au plan neutre après déformation. Ainsi, le champ de déplacement devient

$$\{u\} = \begin{cases} u_1(x, y, z, t) \approx -(z - z_n) \partial_x w(x, y, t) \\ u_2(x, y, z, t) \approx -(z - z_n) \partial_y w(x, y, t) \\ u_3(x, y, z, t) \approx w(x, y, t) \end{cases} \quad (3)$$

Où $w(x, y, t)$ est le déplacement du plan neutre z_n du système suivant z . Le plan neutre z_n est déterminé en annulant la somme de toutes les forces dans les directions x et y sur la totalité de la section droite $\iint \sigma_1 dydz = 0$ et $\iint \sigma_2 dx dz = 0$. Il est donné par Hariri et al. [4].

2.1.COMPOSITE UNIMORPHE

Dans le cas d'un système unimorphe, la couche piézoélectrique est modélisée en actionnement (effet piézoélectrique inverse). Les lois de comportement en utilisant l'hypothèse de contrainte uniaxiale et les conditions linéaires élastiques des matériaux sont données par [1] :

$$\sigma_1^m = c_m \varepsilon_1 \quad (4)$$

$$\sigma_1^p = c_p \varepsilon_1 - e_p E_3 = \frac{1}{s_{11}^E} \varepsilon_1 - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} E_3 \quad (5)$$

L'équation du mouvement est obtenue en se basant sur le principe d'Hamilton et en utilisant la méthode des éléments finis en 1D. Elle est donnée par :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K_{mm}]\{U\} = -[K_{mv}]E_3 \sin(\Omega t) \quad (6)$$

Des détails sur l'obtention de l'équation du mouvement sont donnés dans Hariri et al. [1].

2.2. STRUCTURE DE TYPE POUTRE AVEC DES PATCHES PIEZOELECTRIQUES

Dans le cas d'une structure de type poutre avec des patches piézoélectriques collés sur une seule face, les patches piézoélectriques sont modélisés en effet piézoélectrique inverse et direct à la fois. Les lois de comportements sont déterminées en utilisant les mêmes hypothèses

que celle du cas unimorphe en ajoutant l'effet piézoélectrique direct et donc en ajoutant aux équations (4) et (5), l'équation suivante :

$$D_3 = \epsilon_p \epsilon_1 + \epsilon_p^\epsilon E_3 = \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \epsilon_1 + \left(\epsilon_{33}^\sigma - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right) E_3 \quad (7)$$

En se basant sur le principe d'Hamilton, l'équation numérique du système en utilisant la méthode des éléments finis en 1D est donnée par:

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U}_l \\ \ddot{E}_{3p1} \\ \ddot{E}_{3p2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_l \\ \dot{E}_{3p1} \\ \dot{E}_{3p2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{mvp1} & K_{mvp2} \\ K_{vmp1} & K_{vvp1} & 0 \\ K_{vmp2} & 0 & K_{vvp2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_l \\ E_{3p1} \\ E_{3p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i \\ t_p Q_{p1} \\ t_p Q_{p2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Pour plus des détails sur l'obtention de l'équation numérique qui décrit le système et sur le fonctionnement des patches en actionneurs et en capteurs, les lecteurs peuvent consulter la référence Hariri et al. [2].

2.3. STRUCTURE DE TYPE PLAQUE AVEC DES PATCHES PIEZOELECTRIQUES

Dans le cas d'une structure de type plaque avec des patches piézoélectriques collés sur une seule face, le système est modélisé en 2D. La troisième dimension (l'épaisseur) est considérée dans le calcul. La formulation en contrainte plane est utilisée et avec les conditions linéaires élastiques, on obtient les lois de comportements mécaniques et électriques du système. Ces lois de comportements sont données dans Hariri et al. [4]. L'équation numérique du système en utilisant la méthode des éléments finis en 2D suivant x et y est donnée par Hariri et al. [4] et elle a la même forme que celle de l'équation (8).

REFERENCES

- [1] H. Hariri, Y. Bernard, A. Razek, "Analytical and finite element model for unimorph piezoelectric actuator", appeared in piezo2011, VI International conference on Electroceramics for End Users, sestriere, Italie, 28 February-02 March 2011, pp. 71-75.
- [2] H. Hariri, Y. Bernard, A. Razek, "Modélisation par éléments finis d'un système asymétrique de type poutre avec des patches piézoélectriques", Electronique du Futur, 14&15 décembre 2011, Belfort.
- [3] N. Jalili, "Piezoelectric-Based Vibration Control, From Macro to Micro-Nano Scale Systems" Springer 2009.
- [4] H. Hariri, Y. Bernard, A. Razek, "Modélisation par éléments finis d'un système asymétrique de type plaque avec des patches piézoélectriques", Jeune chercheurs en génie électrique, 13 décembre 2011, Belfort.